线性代数-1

主讲：吴利苏

wulisu@sdust.edu.cn

2024 年 8 月 26 日

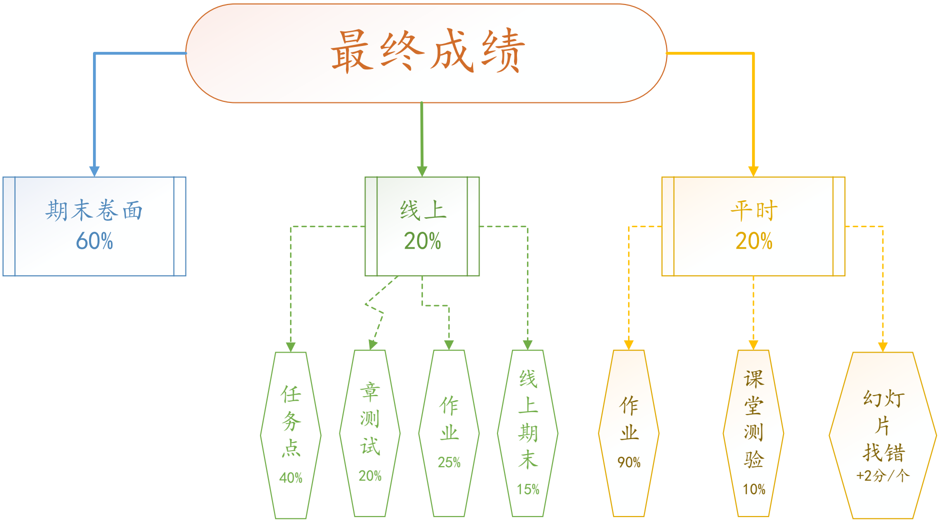
主讲：吴利苏，数学学院

邮箱/主页：wulisu@sdust.edu.cn/http://wulisu.cn

办公室：实训楼 1708 右 (提前邮箱预约)

QQ 群：579213114 (线性代数 2024)

- 教材:《线性代数》第七版,同济大学
- 参考书: Introduction to linear algebra, Gilbert Strang
- 作业: 每周天晚上 22 点前提交清晰竖版作业原图 至学习通
- 请假: 需将辅导员签过的假条发至邮箱: wulisu@sdust.edu.cn
  并在邮件主题处备注: 线代假条-班级-姓名-学号



- 目标 60 分 $\leq$ 线上 18 分 + 平时 18 分 + 卷面原始分 40 分
- 目标 90 分 $\leq$ 线上 20 分 + 平时 20 分 + 卷面原始分 83 分

学习通–线上学习（工商管理）

邀请码：25881850

学习通首页右上角输入

该邀请码2025年02月21日前有效

学习通–交作业 (工商管理 1)

学习通–交作业 (工商管理 2)

学习通–交作业 (工商管理 3)

学习通–交作业 (工商管理-体育)

学习通–线上学习 (智慧交通 + 应用物理)

邀请码: 15306047

学习通首页右上角输入

该邀请码2025年02月21日前有效

学习通–交作业 (应用物理学)

学习通–交作业 (智慧交通 1)

学习通-交作业 (智慧交通 2)

学习通–交作业 (智慧交通 3)

重修及其他

本次课内容

1. 何为线性代数

2. 行列式的定义 1

线性代数为何？

第一章　行列式（determinant）

主要内容

1) 行列式的定义: 1.1–1.3
2) 行列式的性质: 1.4
3) 行列式的展开: 1.5
4) 行列式的计算

1.1 、二阶行列式

二阶行列式就是一个 2×2 数阵表示的一个数,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

其中

- a_{ij} 表示行列式的第 i 行 j 列的元素, 称为行列式的 (i,j) 元;
- a_{11}, a_{22} 称为主对角元, a_{12}, a_{21} 称为副对角元;
- 对角线法则: 二阶行列式的值为主对角元之积减去副对角元之积的差.

定义 (n 阶行列式的递归定义)

n 阶行列式为 n^2 个数排成 n 行 n 列的数阵决定的一个数，其值可以递归定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n}$$

其中 M_{ij} 为划掉行列式的第 i 行和第 j 列, 得到的 $n-1$ 阶行列式, 称为 (i,j) 元 a_{ij} 的余子式 (minor).

- n 阶行列式通常可简记为 D、D_n 或 $\det(a_{ij})$, a_{ij} 为行列式的 (i,j) 元;

例 (下三角行列式)

证明

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

证明:

例 (对角行列式)

证明

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

证明:

例 (三阶行列式的对角线法则)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$
$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

例

分别用行列式的递归定义和对角线法则计算三阶行列式

$$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$$

解:

小结

- 二阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

- 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

- n 阶行列式的递归定义

$$D_n = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \cdots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n}$$

作业

- 利用行列式的递归定义证明 Page-3 公式 (6), 尝试思考等号右边每一项的正负号和下标之间的关系.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

- P21. 1-(1)(2)、4-(5).

欢迎提问和讨论

吴利苏（http://wulisu.cn）

Email: wulisu@sdust.edu.cn