13、证明：$A(A-E)=2E$

$\because |A|\cdot|A-E|=|2E|\neq 0$

$\therefore |A|\neq 0$，A可逆.

$A\cdot\frac{A-E}{2}=E$

$\therefore A^{-1}=\frac{A-E}{2}$

$A^2-A-2E$

$=A(A+2E)-2A-A-2E$

$=A(A+2E)-3(A+2E)+6E-2E$

$=(A-3E)(A+2E)+4E=0$

$\therefore \frac{3E-A}{4}\cdot(A+2E)=E$

$\therefore A+2E$ 可逆且 $(A+2E)^{-1}=\frac{1}{4}(3E-A)$.

注：$(A+2E)^{-1}=\frac{1}{4}(A-E)^2$

或 $(A+2E)^{-1}=-\frac{1}{4}(A-3E)$ 都应化简为 $\frac{1}{4}(3E-A)$.

14-2：用逆矩阵方法做！

解：首先计算 $\begin{vmatrix}2&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{vmatrix}\neq 0$，来说明 $\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 可逆.

再用 $X=\begin{pmatrix}1&-1&3\\4&3&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}^{-1}$ 来计算.

注：凡出现 $A^{-1}$ 符号，在此之前须先验知 A可逆.

20、解！$ABA^{-1}=BA^{-1}+3E$

知 $(A-E)BA^{-1}=3E$，

知 $(A-E)B=3A$.

$A^*=diag(1,1,1,8)$，

知 $|A|=2$

$\left\{\begin{array}{l}A\cdot A^*=|A|E\\ \Rightarrow |A^*|=|A|^{4-1}=|A|^3\end{array}\right.$

$A^{-1}=\frac{A^*}{|A|}=\frac{1}{2}diag(1,1,1,8)$

$A=2\,diag(1,1,1,\frac{1}{8})$.

$\because A-E=diag(1,1,1,-\frac{3}{4})$ 可逆.

$B=(A-E)^{-1}3A$

$=3\,diag(1,1,1,-\frac{4}{3})\cdot diag(2,2,2,\frac{1}{4})$

$=diag(6,6,6,-1)$. #

25、 用矩阵分块做.

26、 求 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^k = \left(2E + 2\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right)^k$.

可用二项式展开做.

28-1. 注: $\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$.

而非 $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$.